



Государственное автономное учреждение дополнительного профессионального образования
Ярославской области

Институт развития образования

«Секрет от мастера: эффективные практики подготовки к ГИА по математике»

*Иванова С.В., старший преподаватель
кафедры общего образования*

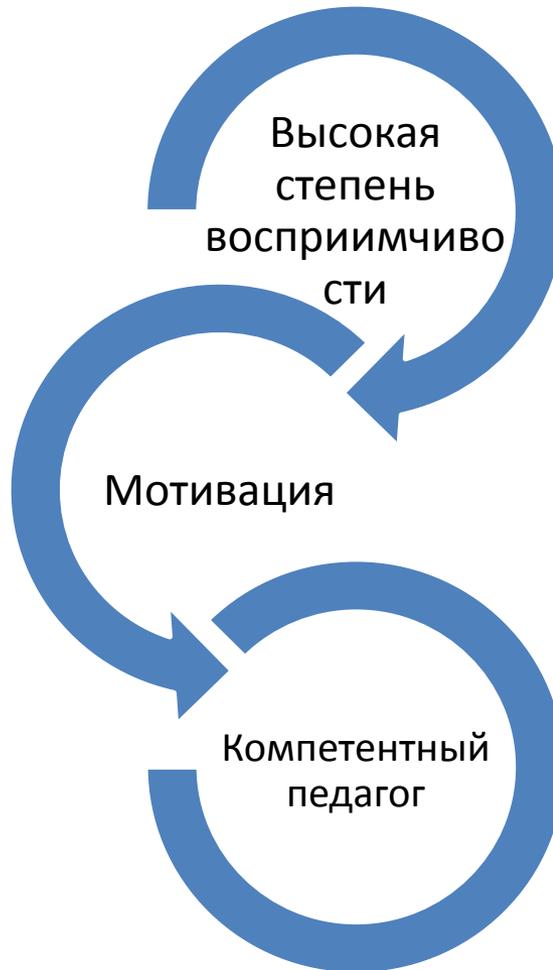


**Образование есть то, что остается после того,
когда забывается все, чему нас учили.**

А. Эйнштейн



Формула успеха



ВАЖНО

- формировать у учащихся навыки самоконтроля;
- формировать умения проверять ответ на правдоподобие;
- систематически отрабатывать вычислительные навыки;
- формировать умение переходить от словесной формулировки соотношений между величинами к математической;
- учить проводить доказательные рассуждения при решении задач;
- учить выстраивать аргументацию при проведении доказательства;
- учить записывать математические рассуждения, доказательства, обращая внимание на точность и полноту проводимых обоснований.

Устные упражнения и приемы быстрого счёта

- На каждом уроке отводить 5-7 минут для проведения упражнений в устных вычислениях, предусмотренных программой каждого класса.
- Устные упражнения должны соответствовать теме и цели урока и помогать усвоению изучаемого на данном уроке или ранее пройденного материала.

Приёмы быстрого счёта

- Возведение в квадрат чисел, оканчивающихся на 5;
- Умножение на 25, на 9, на 11;
- Нахождение произведений двузначных чисел, у которых одинаковое число десятков, а сумма единиц составляет 10;
- Деление трёхзначных чисел, состоящих из одинаковых цифр, на число 37;
- Извлечение квадратного корня.

Возведение в квадрат чисел, оканчивающихся на 5

Чтобы возвести в квадрат число, оканчивающееся цифрой 5 (например 65), умножают число десятков (6) на него же плюс единица ($6*7=42$) и приписывают 25 (в нашем примере получается 4225)

$$25^2; 2*3=6; 625$$

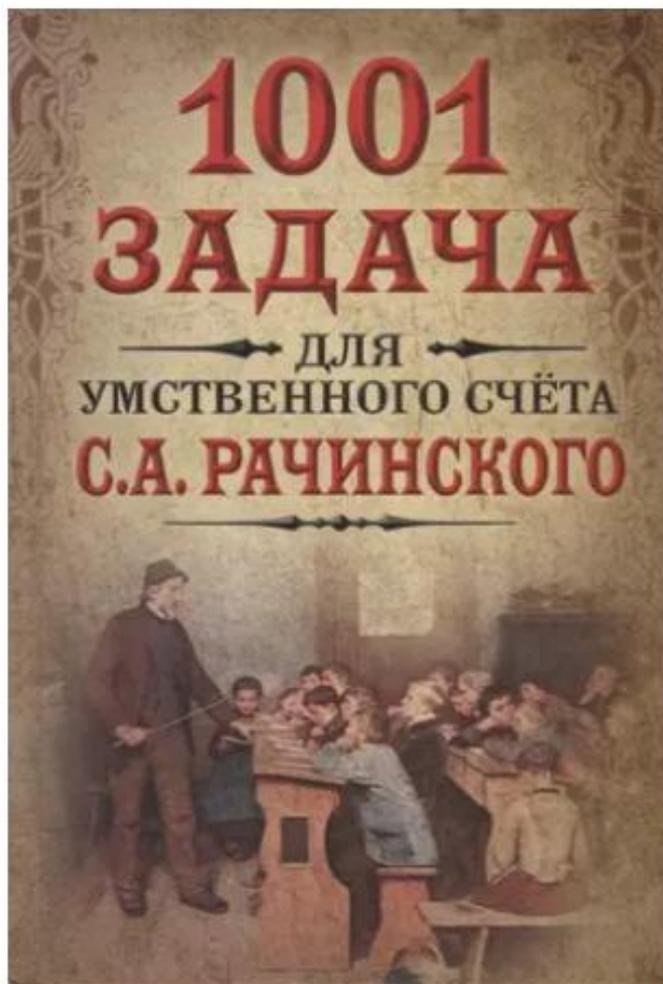
$$45^2; 4*5= 20; 2025$$

**«Устные вычисления и быстрый счёт. Тренировочные упражнения за курс 7-11 классов»
Лысенко Ф.Ф., Кулабухов С. Ю.**



- В предлагаемом пособии представлено около 3000 тренировочных устных упражнений по всем дидактическим линиям программы по математике за курс 7-х—11-х классов.
- Ученику предоставляется возможность выработать навыки выполнения быстрых и качественных вычислений.

«1001 задача для умственного счёта в школе» Рачинский С. А.



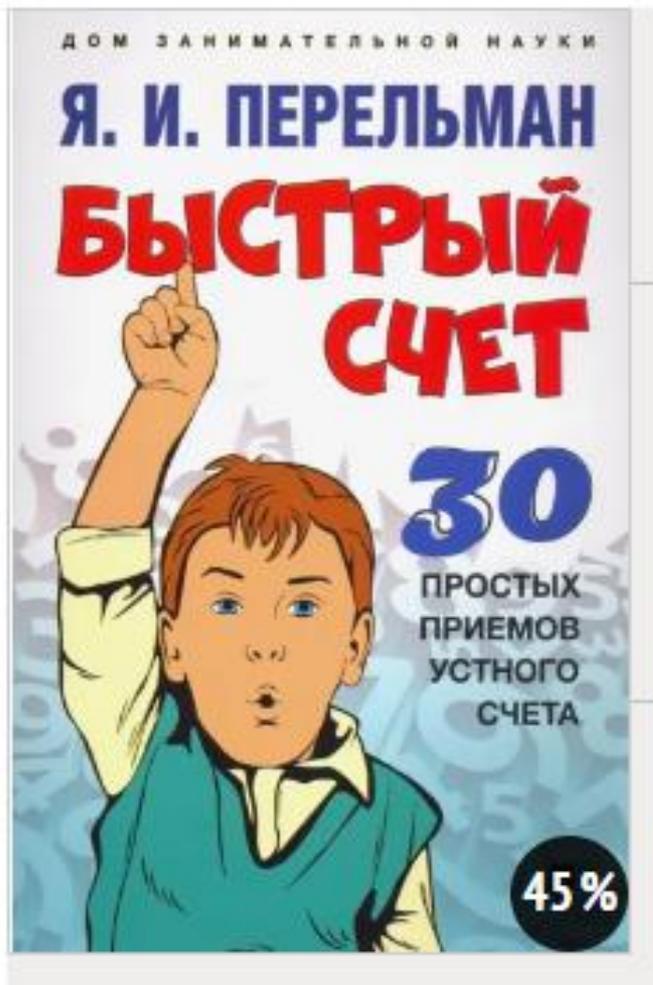
- На страницах этой книги вы найдете множество задач, автором которых является великий русский педагог-математик XIX века С. А. Рачинский. Задачи просты по условию, но отлично тренируют ум и навыки счёта.

Благодаря самобытным иллюстрациям книга позволяет окунуться в атмосферу старой России.

Задачи

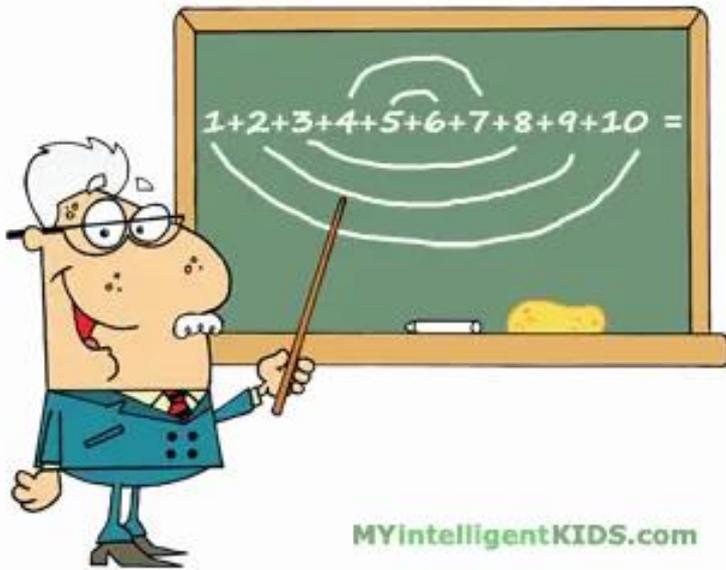
- Некто был учителем в течение 14 лет. Сколько дней он учительствовал?
- Сколько минут в сутках, в неделе?
- Я за 800 руб. купил 20 десятин пашни и 4 десятины леса. Десятина леса втрое дороже десятины пашни. Сколько стоит десятина того и другого?
- Я за 12 руб. купил 8 фунтов кофе и 4 фунта чая. Чай втрое дороже, чем кофе. Сколько стоит фунт того и другого?
- Подрядчик взялся починить дорогу в 24 версты по 75 руб. с версты. Нанял он 40 работников по 60 коп. в день, и они починили дорогу в 70 дней. Сколько прибыли получил подрядчик?

«Быстрый счёт» Перельман Я.



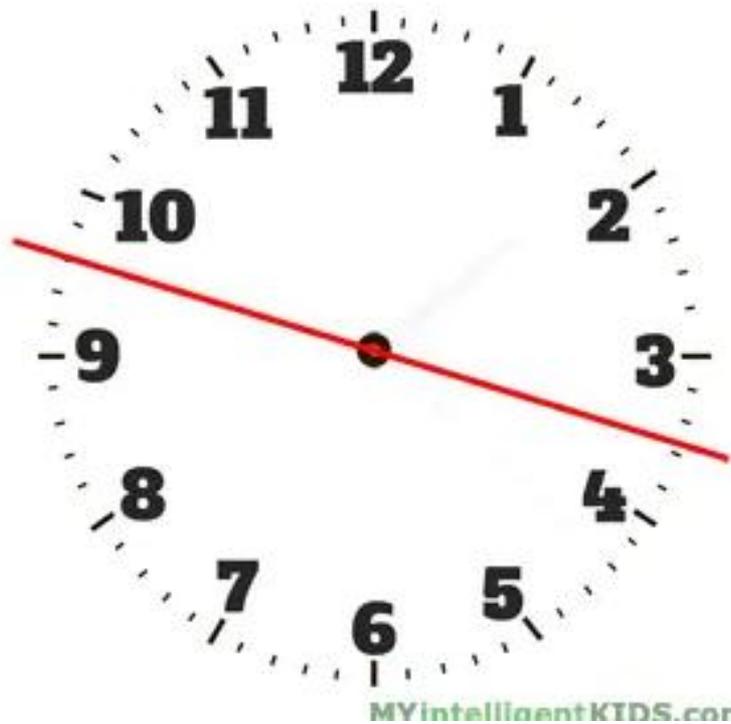
- в краткой брошюре собраны наиболее простые и легко усваиваемые приемы быстрого устного счета
- усвоив рекомендуемые приемы, можно выполнять быстрые расчеты в уме с безошибочностью письменных вычислений.

Правило Гаусса



- Одно из первых открытий Гаусса было сделано в возрасте 6 лет на уроке математики. Учителю было необходимо увлечь детей на продолжительное время и он предложил следующую задачу:
- Найти сумму всех натуральных чисел от 1 до 100.

Задача



Можно ли разделить циферблат часов прямой линией на две части так, чтобы суммы чисел в каждой части были равны?

Решение

- Для начала к ряду чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 применим правило Гаусса: найдем сумму и посмотрим, делится ли она на 2:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = (1 + 12) * 6 = 78$$

- Значит разделить можно.

Задачи

- Летит стая птиц. Впереди одна птица (вожак), за ней две, потом три, четыре и т. д. Сколько птиц в стае, если в последнем ряду их 20?

Решение.

Получаем, что нам необходимо сложить числа от 1 до 20. А к вычислению такой суммы можно применить правило Гаусса:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 = (20 + 1) * 10 = 210.$$

- Как рассадить 45 кроликов в 9 клеток так, чтобы во всех клетках было разное количество кроликов?

ЛАЙФХАК ГЕОМЕТРИЯ

Начните подготовку с задания № 19
это позволит усилить теоретические знания, восполнить пробелы.
Применяйте эскизы, рисунки, чертежи

Переходите к заданию № 18
если задание содержит тригонометрическую функцию – пользуйтесь справочными материалами



Задания № 15 и № 17
основываются на минимальном знании теории. Можно найти помощь в справочных материалах

Задание № 16
подготовка к нему заключительна в части I КИМа ОГЭ по математике

Задание № 19

Верные и неверные утверждения

Последовательность выполнения
№19

1. По вопросу задачи можно сразу определить сколько верных утверждений будет в задании - одно или два.

Какое из следующих утверждений верно?

← Данное задание содержит только одно верное утверждение. В бланк вы запишите ответ 1 или 2 или 3.

Какие из следующих утверждений верны?

← Ровно два верных утверждения. В бланк вы запишите ответ 12 или 13 или 23.

2. Запомните два классных лайфхака, они помогут выучить утверждения быстрее.

→ Лайфхак с
равнобедренным
треугольником

В утверждениях с равнобедренным треугольником верно только одно! "*Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам*". Все остальные неверны.

→ Лайфхак с
равносторонним
треугольником

У равностороннего треугольника все утверждения верные.

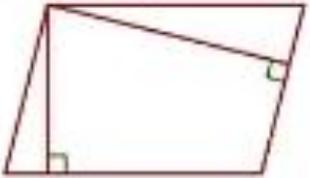
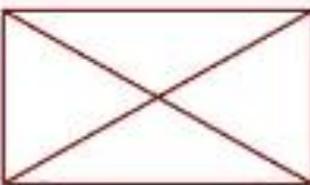
Б		
Биссектрисы треугольника пересекаются в точке, которая является центром окружности, вписанной в этот треугольник	Да	
Биссектриса треугольника, делит пополам сторону, к которой проведена	Нет	
Боковые стороны любой трапеции равны	Нет	

В		
В параллелограмме есть два равных угла	Да	
Все углы прямоугольника равны	Да	
В любой ромб можно вписать окружность	Да	
Все равносторонние треугольники подобны	Да	
Все высоты медианы и биссектрисы равностороннего треугольника равны	Да	
В любом тупоугольном треугольнике есть острый угол	Да	
Внешний угол треугольника больше не смежного с ним внутреннего угла	Да	
Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, прямой	Да	
Все диаметры окружности равны между собой	Да	
Все высоты равностороннего треугольника равны	Да	
В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.	Да	
В любой прямоугольной трапеции есть два равных угла	Да	
В равнобедренной трапеции диагонали равны	Да	
Всякий равнобедренный треугольник является остроугольным	Нет	
Все прямоугольные треугольники подобны	Нет	
В тупоугольном треугольнике все углы тупые	Нет	
Внешний угол треугольника равен сумме его внутренних углов	Нет	
В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен разности квадратов катетов	Нет	
Все равнобедренные треугольники подобны	Нет	
Всякий равнобедренный треугольник является остроугольным	Нет	
Все хорды одной окружности равны между собой	Нет	
Всегда один из смежных углов острый, а другой тупой	Нет	
В любой прямоугольник можно вписать окружность	Нет	
Все углы ромба равны	Нет	
В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна сумме катетов	Нет	

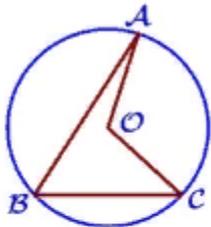
Д		
Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам	Да	
Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов	Да	
Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам	Да	
Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу	Да	
Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника	Да	
Диагонали параллелограмма равны	Нет	
Диагонали ромба равны	Нет	
Диагонали прямоугольной трапеции равны	Нет	
Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам	Нет	
Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника	Нет	
Диагональ равнобедренной трапеции делит её на два равных треугольника	Нет	
Две прямые перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны друг другу	Нет	
Две прямые параллельные третьей прямой, перпендикулярны друг другу	Нет	
Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности	Нет	

Е		
Если две стороны и угол одного треугольника равны, соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны	Нет	
Если в четырёхугольнике диагонали равны и перпендикулярны, то этот четырёхугольник является квадратом	Нет	
Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то это квадрат	Нет	
Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом	Нет	
Если в треугольнике есть один острый угол, то этот треугольник остроугольный	Нет	
Если две стороны одного треугольника, соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны	Нет	
Если три угла одного треугольника, равны соответственно трём углам другого треугольника, то	Нет	

Помогатор

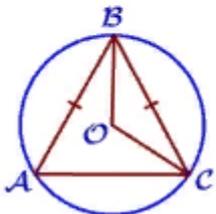
Рисунок	Вопрос задачи	Как выполнять?	Пример
	Найдите большую высоту параллелограмма.	Поделите площадь на меньшую из данных сторон	Площадь параллелограмма равна 32, а две его стороны равны 8 и 16. Найдите его высоты. В ответ укажите большую высоту.
	Найдите острый угол между диагоналями.	1) Умножьте число по заданию на 2 2) Из 180 вычитайте полученное	Диагональ прямоугольника образует угол 51 градус с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника.

Помогатор



Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 56^\circ$ и $\angle OAB = 15^\circ$. Найдите $\angle BCO$. Ответ дайте в градусах.

Клык



Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 66^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.

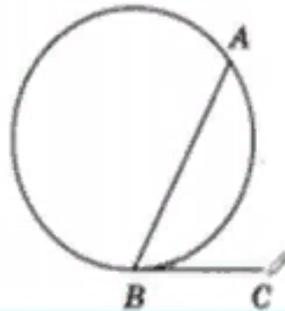
Загнутый лист

👉 Лайфхак "Клык" - из большего числа в условии вычитай меньшее

👉 Лайфхак "Загнутый листочек" - из 180 вычитай число в условии

1. Коса

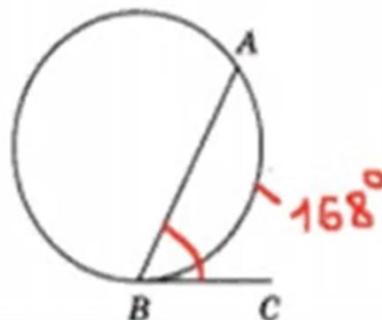
На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 168° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



Для решения этой задачи потребуется **теорема**, которая гласит: **угол между хордой и касательной равен половине дуги, которую отсекает хорда.**

Решение:

На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 168° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

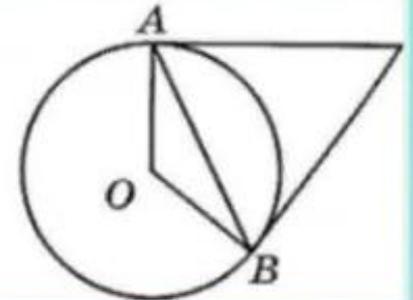


Основываясь на теорему получаем: $\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AB_m$ ($\cup AB_m$ – меньшая дуга)

$\angle ABC = \frac{1}{2} * 168^\circ = 84^\circ$. То есть мы берем известную дугу по заданию и делим на 2. (Лайфхак «коса»-раздели число на 2).

2. КЛЮВ

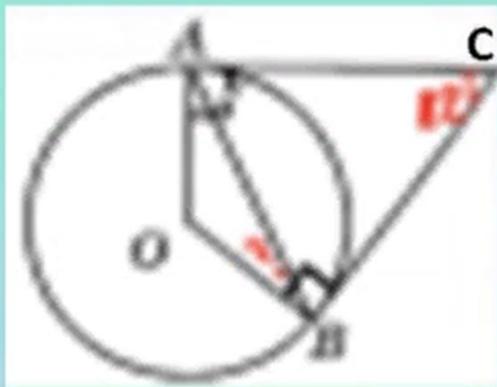
Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 82° . Найдите угол ABO . Ответ дайте в градусах.



2. Клюв



Решение:



$$1) \angle AOB = 360^\circ - (\angle OAC + \angle OBC + \angle ACB) = \\ = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 82^\circ) = 98^\circ.$$

2) $AO = OB \Rightarrow \triangle ABC$ – равнобедренный

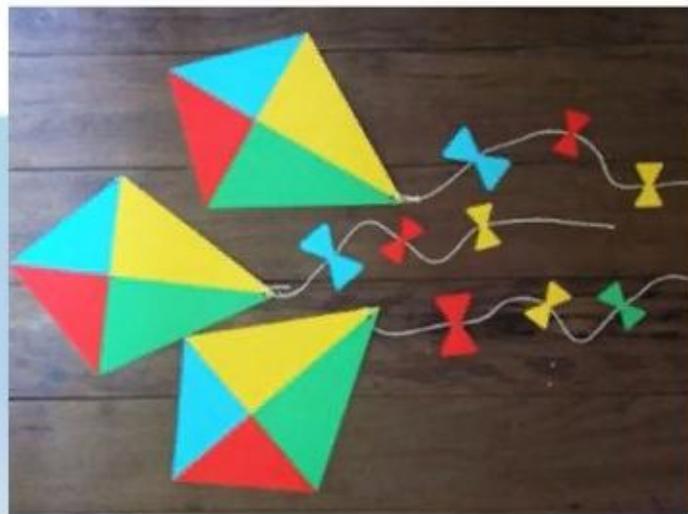
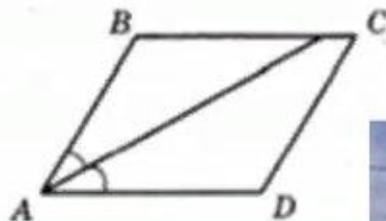
$$\angle OBA = \frac{180^\circ - 98^\circ}{2} = 41^\circ$$

То есть мы берем известный угол по заданию и делим на 2. (Лайфхак «клюв»-раздели число на 2).

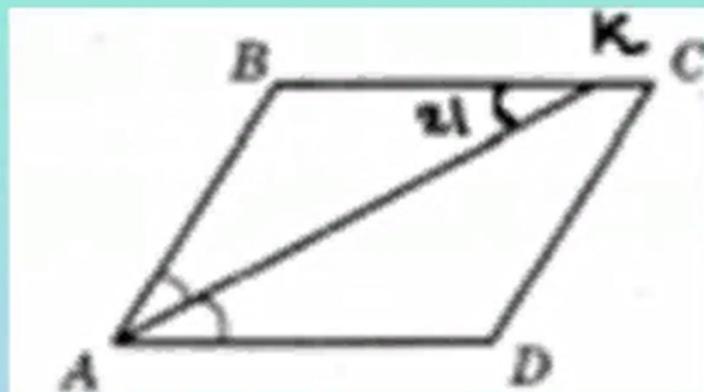
$$\angle OBA = \frac{82^\circ}{2} = 41^\circ$$

3. Воздушный змей

Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 21° . Ответ дайте в градусах.



Решение:



$\angle BKA = \angle KAD = 21^\circ$ (накрест лежащие углы).

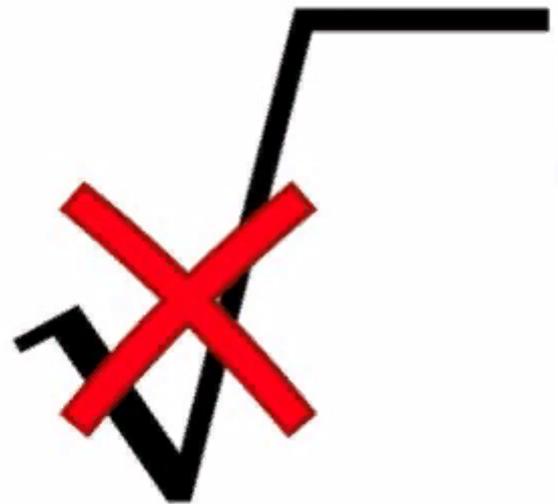
$\angle BAK = \angle BKA = 21^\circ \Rightarrow \angle A = 2 \angle BAK = 2 * 21^\circ = 42^\circ$.

То есть мы берем известный угол по заданию и умножаем на 2. (Лайфхак «воздушный змей»-умножь число на 2).

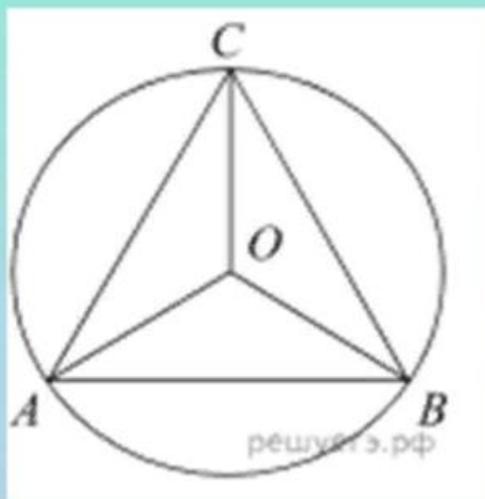
$$\angle A = 2 * 21^\circ = 42^\circ.$$

4. Корень уходит

Сторона равностороннего треугольника равна $16\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Решение:



Треугольник ABC правильный, значит, все его углы равны 60° . Воспользуемся теоремой синусов:

$$\begin{aligned} 2R &= \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow R = \frac{AC}{2 \sin B} = \\ &= \frac{16\sqrt{3}}{2 * \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{16\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 16 \end{aligned}$$

Таким образом, мы просто убираем корень. $R = 16\sqrt{3}$

«Окружность»

по теме рассматривают вопросы:

- прямые, отрезки и углы, связанные с окружностью;
- свойства вписанных и центральных углов;
- углы между хордами, касательными и секущими;
- свойства хорд;
- соотношения между длинами хорд, отрезков касательных и секущих;
- свойства дуг и хорд, длина дуг и хорд, площадь круга и его частей;
- взаимное расположение двух окружностей.

«Треугольники»

по теме рассматривают вопросы:

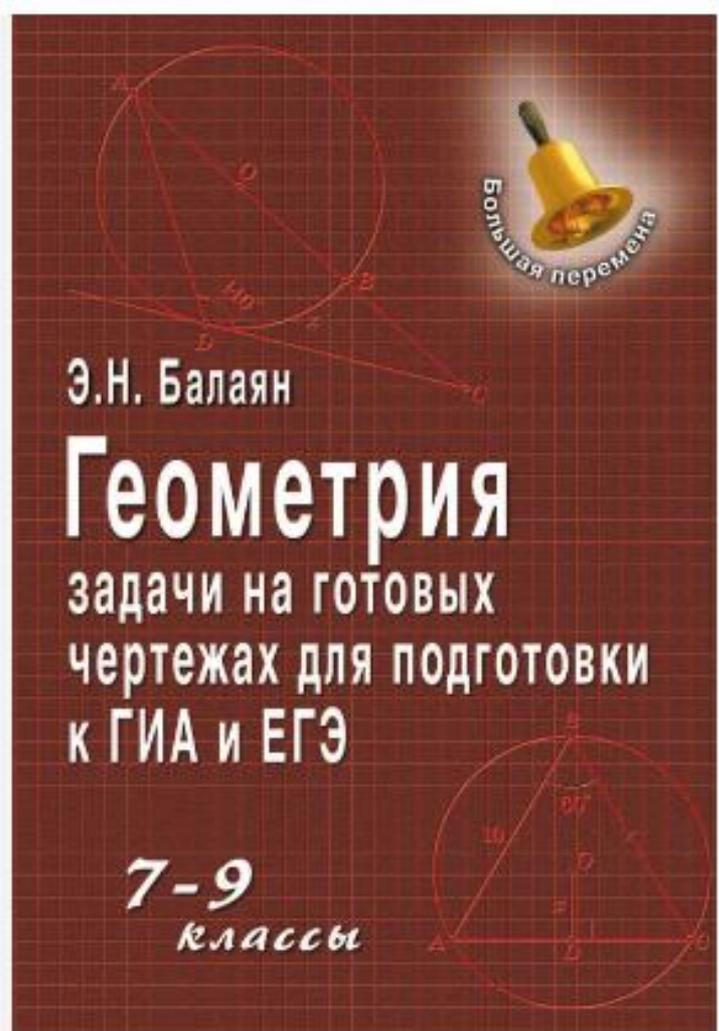
- признаки равенства треугольников;
- неравенство треугольника;
- определение вида треугольника;
- 4 замечательные точки треугольника;
- теорема синусов;
- теорема косинусов;
- площади треугольников;
- признаки подобия треугольников;
- вписанные и описанные треугольники.

«Четырёхугольники»

по теме рассматривают вопросы:

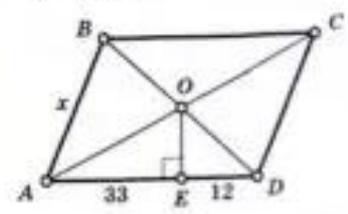
- вписанные и описанные четырёхугольники, их свойства и площади;
- параллелограмм и его свойства;
- трапеция и её свойства;
- прямоугольник, его свойства и признаки;
- ромб, его свойства и признаки;
- квадрат, его свойства и признаки.

Ресурсы

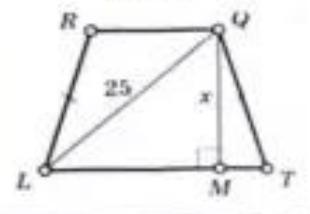


- Балаян Э.Н. «Геометрия. Задачи на готовых чертежах для подготовки к ГИА и ЕГЭ. 7-9 классы».
- Содержит теоретические сведения по геометрии за курс основной школы и упражнения в таблицах по всем темам геометрии 7-9 классов.

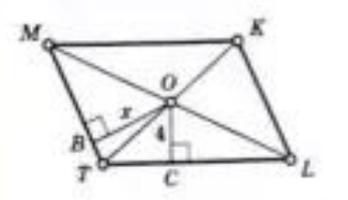
25 $ABCD$ — параллелограмм
 $S = 900$



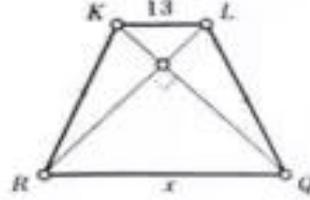
29 $LRQT$ — трапеция
 $S_{LRQT} = 300$



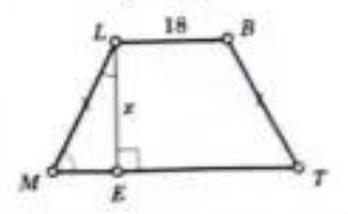
26 $MKLT$ — параллелограмм
 $S_{MKLT} = 48$, $P_{MKLT} = 40$



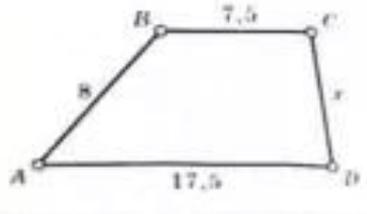
30 $RKQL$ — трапеция
 $S = 100$



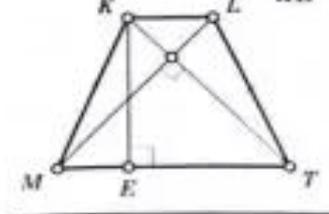
27 $MLBT$ — трапеция
 $S = 243$



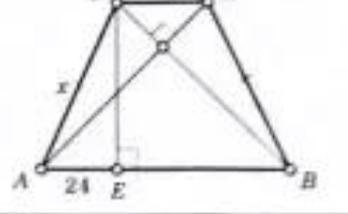
31 $S_{ABCD} = 60$, $AD \parallel BC$



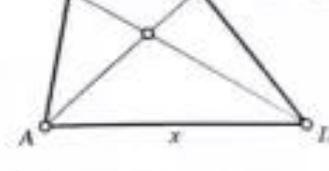
33 $MKLT$ — трапеция
 $S = 81$
 $KE = x$



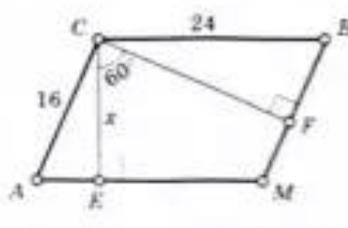
36 $ABCD$ — трапеция
 $S = 100$



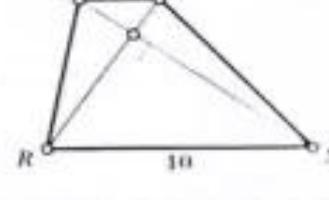
34 $ABCD$ — трапеция
 $AC = 9$
 $BD = 12$
 $S = 54$



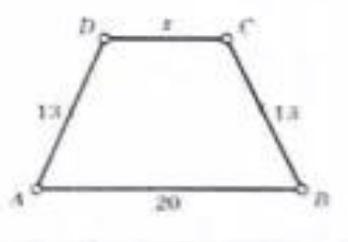
37 $ACBM$ — параллелограмм



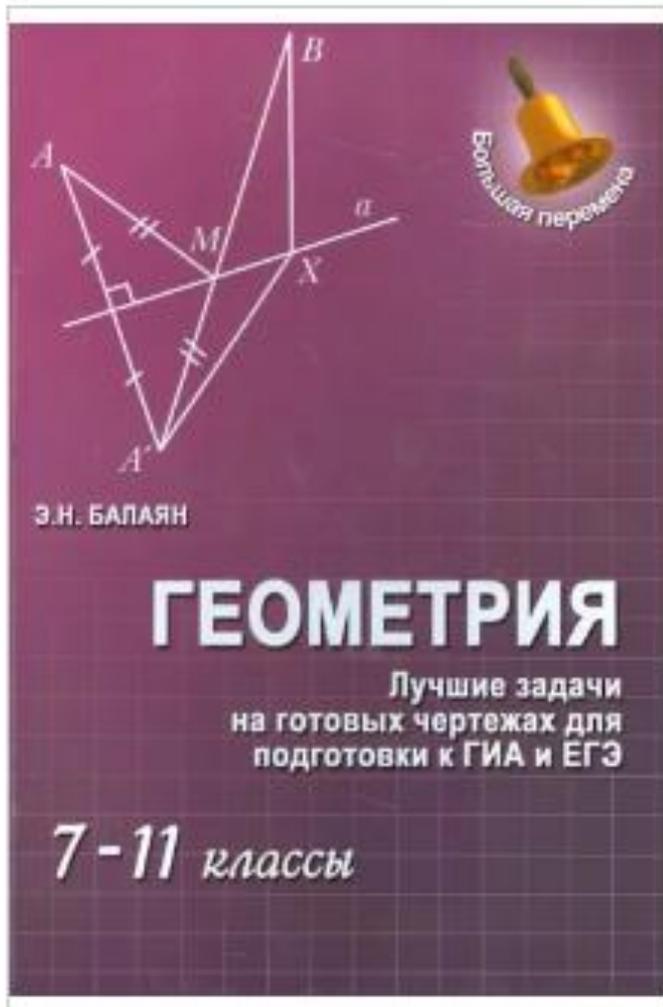
35 $RQMN$ — трапеция
 $QN = 12$
 $RM = 5$



38 $S_{ABCD} = 180$



Ресурсы



- Книга содержит более 1000 разноуровневых задач по основным темам программы геометрии 7-11 классов на готовых чертежах.
- Задачи 7-9 классов скомпонованы в 3 комплекта, содержащих 49 таблиц, а 10-11 классы — 80 таблиц.



Время профессионального роста

Спасибо за внимание!

Контакты:

Иванова Светлана Владимировна

Контакты

Тел 8(4855) 23-15-47,

89108218924

E-mail: ivanova71@bk.ru

Институт развития образования Ярославской области

